

## Once estrategias para divertirse y aprender con Triángulos equiláteros

Nora Benítez Manjarrés,  
Universidad De Cundinamarca.  
Programa Licenciatura En Matemáticas Y  
Normal Superior De Pasca.  
Cundinamarca, Colombia.  
Nora Benítez Manjarrés  
Norax23@hotmail.com

### Resumen

Se trata de un estudio realizado alrededor de estrategias didácticas que surgen a partir del triángulo equilátero y sus propiedades. Este ha involucrado a estudiantes de licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca y a maestros en formación de la Normal Superior de Pasca. A partir de este se propone una unidad didáctica con algunas actividades diseñadas para ser abordadas con Cabri Géomètre y que están dirigidas a estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria. El fundamento de este trabajo es proponer el desarrollo de temáticas a partir de proyectos de Aula y no simplemente desde la información de contenidos teóricos. Finalmente lo que se hace de manera práctica perdura más en el recuerdo de los estudiantes.

### PROPUESTA

El triángulo equilátero es un polígono regular cuyas propiedades resultan de gran utilidad para generar diversas estrategias didácticas y materiales de trabajo interesantes, multifuncionales y de bajo costo. Lo mejor de todo es la gama de posibilidades que pueden ser exploradas aportando al desarrollo del pensamiento matemático en cualquier nivel de escolaridad. Esta figura ha sido estudiada por diversos autores, quienes a lo largo de la historia han encontrado multitud de actividades que pueden desarrollarse a partir de juegos, estrategias y materiales como los que se mencionan a continuación:

Teselados que parten del triángulo; Construcción de cuadriláteros a partir de triángulos equiláteros; El triángulo de Pascal y sus regularidades matemáticas; Modelos en Origami Modular, tradicional y de múltiples piezas con bases triangulares; Desarrollos de Deltaedros cóncavos y convexos, Construcción de domos y estructuras, Geodesia; Triángulos y estrellas mágicas a partir de hexagramas; Redes isométricas de puntos; Fractales y el triángulo de Sierpinsky; Tangram triangular y, Los poliamantes

El propósito del estudio fue establecer los fundamentos y valor didáctico de cada estrategia referida anteriormente y, de otro lado, proponer una unidad Didáctica con actividades para desarrollar con el software de geometría dinámica **CABRI GÉOMÈTRE**, dirigidas a abordar temáticas propias del grado séptimo de educación básica secundaria (según los lineamientos y Estándares de Competencias establecidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia).

Todas las acciones propuestas giran alrededor del triángulo equilátero y sus propiedades. Esta bella forma geométrica sorprende, no solamente la gran variedad de situaciones educativas en las que se

---



A S O C O L M E

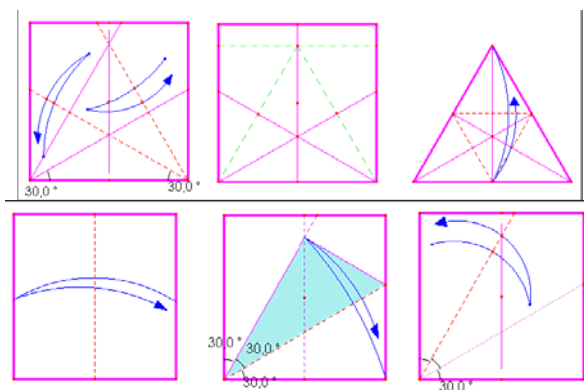
ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

puede aprovechar, sino por la su aplicabilidad en otros campos del quehacer humano, como por ejemplo, en la construcción de estructuras geodésicas, las cuales se caracterizan no solamente por sus hermosos diseños sino por su gran estabilidad. Así mismo, gran multitud de teselados que cubren pisos, paredes y ornamentos de palacios, iglesias y construcciones en general, han surgido del triángulo equilátero. Escher, se hizo famoso entre los matemáticos precisamente por sus pinturas con teselados y construcciones imposibles.

Se aclara que la Unidad Didáctica solo tiene en cuenta el tema Transformaciones Geométricas y por tanto, como estrategia se plantean los teselados, sin embargo vale la pena destacar que dentro del Plan de estudios del grado séptimo es posible jugar con toda la gama de posibilidades anteriormente mencionada, pues todos aportan al desarrollo del pensamiento matemático desde sus distintos enfoques: numérico, espacial y geométrico, métrico, variacional y aleatorio.

### Juguemos en el espacio

Entre las 11 estrategias anteriormente mencionadas algunas resultan de gran ayuda para desarrollar pensamiento espacial, yendo de lo bidimensional a lo tridimensional y en viceversa. En primera instancia están los DESARROLLOS DE DELTAEDROS CÓNCAVOS Y CONVEXOS. Un desarrollo es un mapa bidimensional que al ser plegado correctamente, genera un sólido geométrico en tres dimensiones. Los Deltaedros se caracterizan por poseer todas sus caras en forma de triángulos equiláteros. Entre los convexos existen 8 modelos, de los cuales 3 son Sólidos platónicos: el tetraedro, el octaedro y el icosaedro, 3 de los 5 únicos sólidos regulares. Dentro de los Deltaedros cóncavos resulta interesante explorar aquellos que generan poliedros estrellados.



De otra parte se encuentran 3 TÉCNICAS DE ORIGAMI en las cuales el plegado a partir de formas triangulares determina resultados interesantes. Por ejemplo, de una hoja en forma de triángulo equilátero puede generarse una estrella de David o Hexagrama y de este modelo a su vez, puede obtenerse un módulo base para construir un Dodecaedro, (un sólido platónico cuyas caras son pentágonos regulares).



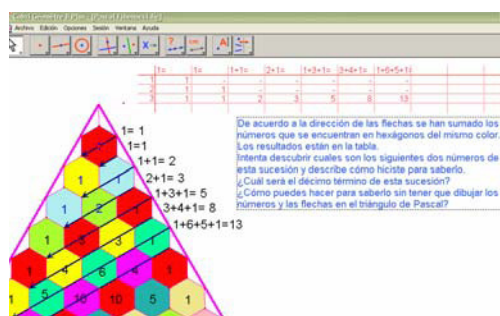
Así mismo, plegando convenientemente un rectángulo cuya base y altura sean las de un triángulo equilátero, es posible construir los módulos para generar los 8 deltaedros convexos e inclusive gran infinidad de los que son cóncavos y estrellados.

La construcción de DOMOS Y ESTRUCTURAS (Geodesia) puede realizarse a partir de diferentes materiales, por ejemplo sorbetes, pitillos o pivotes y cuerdas. Son una buena oportunidad para explorar formas tridimensionales estables e inestables.

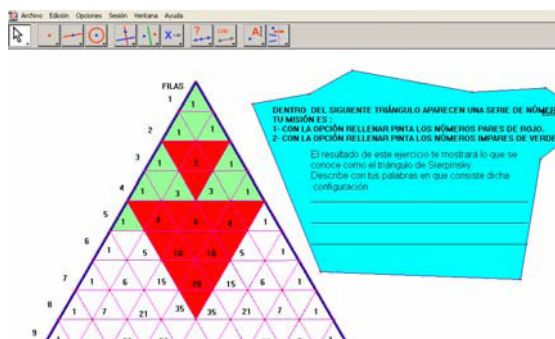
## Jugando con números

Entre las propuestas que permiten desarrollar agilidad mental, establecer relaciones aplicar las operaciones básicas están los TRIÁNGULOS Y ESTRELLAS MÁGICAS. Es común que este tipo de juegos aparezcan como entretenimiento en diversas fuentes, pero su valor didáctico resulta realmente importante en la educación, en especial si se tiene en cuenta que cada día los niños y jóvenes quieren hacer menos cálculos mentalmente y utilizar más la calculadora, inclusive para hacer operaciones básicas.

El TRIÁNGULO DE PASCAL es otra fuente muy interesante para explorar sucesiones y series de números en los que las regularidades numéricas aparecen como por arte de magia. Una buena muestra se encuentra en el libro "El diablo de los números" de Hans Enzensberger: La sucesión de los números naturales, los números pares, los múltiplos de cuatro, la serie de Fibonacci, números factoriales, entre otras, son juegos de búsqueda y análisis que pueden proponerse dentro de esta estructura numérica. Además, como se sabe, El triángulo de Pascal permite resolver binomios elevados a diferentes potencias, en los que los coeficientes de los términos son los números que en esta se dan.



Los fractales son un campo interesante para explorar con Cabri. Unos de ellos tiene que ver con triángulos equiláteros tales como el de Sierpinsky y el copo de nieve de Koch





A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

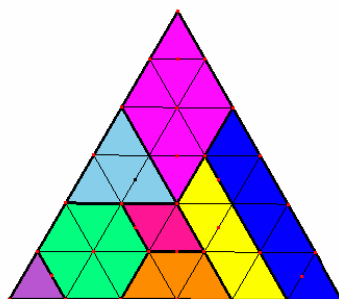
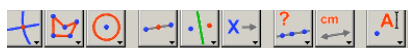
## Jugando con formas geométricas

Los POLIAMANTES son polígonos que surgen de unir por uno de sus lados formas triangulares cuyos lados son de igual longitud. Así un triángulo equilátero será un uniamante, un rombo será un diamante, triamantes, tetramantes, pentamantes y hexamantes ofrecen mayor posibilidad de polígonos cóncavos y convexos. Estas formas se constituyen en piezas de rompecabezas que permiten desarrollar pensamiento espacial y explorar las propiedades de las figuras y conceptos fundamentales tales como la simetría, el área y el perímetro. Así mismo, quien interactúa con este juego puede explorar transformaciones geométricas y dar rienda suelta a su creatividad.



El TANGRAM TRIANGULAR es una buena opción para desarrollar pensamiento espacial y como puede apreciarse en el dibujo, está constituido por 8 piezas y todas ellas son poliamantes.

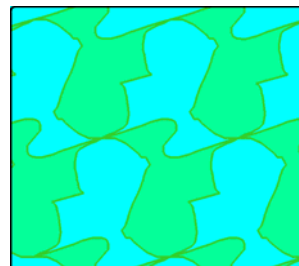
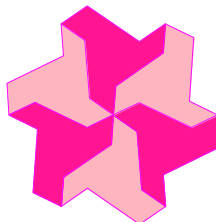
Una situación interesante resulta al retar a los estudiantes para que construyan cuadriláteros a partir del triángulo equilátero, todos ellos se pueden obtener, sin embargo es importante resaltar la diferencia entre dibujo y construcción, por lo cual se hace necesario realizar diseños que le permitan al estudiante explorar las propiedades de ciertos cuadriláteros que siempre se mantienen constantes.



## Recreando el arte con geometría

Finalmente se plantea presentar el mundo de la geometría de los teselados como una manera de abordar una visualización más amplia de los conceptos básicos de la geometría, desarrollando el razonamiento y la estimulación del análisis geométrico en las figuras, proporcionando de manera sencilla actividades que faciliten la visión de todos los procesos geométricos que diariamente se producen a nuestro alrededor y generando una iniciativa hacia la creación de teselados del plano mediante la aplicación de las transformaciones geométricas a partir de la geometría dinámica con Cabri

Géomètre. Sobre este tema es que precisamente se plantea una Unidad Didáctica y a su vez se propone para este evento desarrollar algunos de los talleres con los participantes.



### *Bibliografía*

AGUERRONDO, I. (1990): *El planeamiento educativo como instrumento de cambio*. Buenos Aires, Troquel.

ALSINA, C. - BURGÚÉS, C. - FORTUNY, J. (1991): *Materiales para construir la geometría*. Madrid, Ed. Síntesis.

BAROODY, A. (1997): *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid, Aprendizaje Visor.

---